

## 2.11.2020г. Математика, 21 группа

### **ТЕМА УРОКА: ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА. Определение промежутков возрастания (убывания), точек минимума, максимума функций.**

#### Цели выполнения работы:

- Исследовать правило применения производной к исследованию функций на промежутки монотонности и экстремумы
- Применить данное правило при исследовании конкретных функций

#### Приобретаемые умения:

1. Дифференцировать функции.
2. Использовать производную для изучения свойств функций: промежутки монотонности, экстремумы функции
3. Решать конкретные задачи по исследованию промежутков монотонности и экстремумов функций.

#### Развиваемые способности:

1. Исследовать формулы и правила дифференцирования
2. Исследовать правило применения производной к исследованию функции на промежутки убывания, возрастания, экстремумы функции.
3. Проектировать данные знания и умения на исследование конкретной функции
4. Оценивать результаты применения данных правил к исследованию функций
5. Оценивать результаты своей деятельности в целом по исследованию свойств функций
6. Осознавать уровень усвоения данного процесса

### **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

#### **ДОСТАТОЧНЫЙ ПРИЗНАК ВОЗРАСТАНИЯ ФУНКЦИИ**

Если производная функции положительна в каждой точке некоторого промежутка, то функция возрастает на данном промежутке

#### **ДОСТАТОЧНЫЙ ПРИЗНАК УБЫВАНИЯ ФУНКЦИИ**

Если производная функции отрицательна в каждой точке некоторого промежутка, то функция убывает на данном промежутке.

#### **ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЭКСТРЕМУМА В ТОЧКЕ (ТОЧКА МАКСИМУМА И ТОЧКА МИНИМУМА)**

Если функция непрерывна в некоторой точке и слева от неё производная функции имеет знак «+», а справа от неё производная имеет знак «-», то данная точка является точкой максимума функции на данном промежутке.

Если функция непрерывна в некоторой точке и слева от неё производная функции имеет знак «-», а справа от неё производная имеет знак «+», то данная точка является точкой минимума функции на данном промежутке.

### Образцы решения примеров.

**1. Определить промежутки возрастания (убывания) точки минимума, максимума следующих функций:**

$$1.1. f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$$

$$f'(x) = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)' = (3)' - \left(\frac{1}{2}x\right)' = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

т.к.  $f'(x) = -\frac{1}{2} < 0$ , то функция убывает на всей оси ОДЗ.

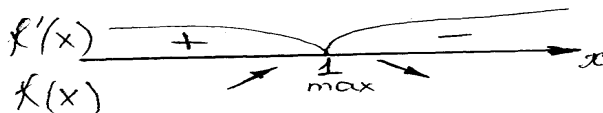
$$1.2. f(x) = -x^2 + 2x - 3$$

$$f'(x) = (-x^2 + 2x - 3)' = (-x^2)' + (2x)' - (3)' = -2x + 2 - 3 = -2x - 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -2x - 1 = 0$$

$$-2x = 1$$

$x = -\frac{1}{2}$  - критическая точка.



$$f'(-1) = -2 \cdot (-1) - 1 = 2 - 1 = 1 > 0$$

$$f'(1) = -2 \cdot 1 - 1 = -3 < 0$$

Функция возрастает на  $(-\infty; -\frac{1}{2}]$

Функция убывает на  $[-\frac{1}{2}; +\infty)$

$$x_{\max} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{\max} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = -\frac{1}{4} - 1 - 3 = -3\frac{1}{4}$$

$(-\frac{1}{2}; -3\frac{1}{4})$  - точка максимума.

$$1.3. f(x) = x^3 - 3x^2$$

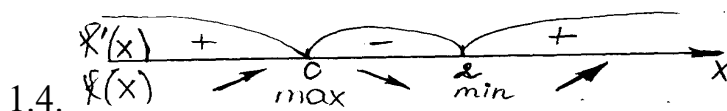
$$f'(x) = (x^3 - 3x^2)' = (x^3)' - (3x^2)' = 3x^2 - 3 \cdot 2x = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$3x = 0 \text{ или } x - 2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2 \text{ - критические точки}$$



$$f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 3 + 6 = 9 > 0$$

$$f'(1) = 3 \cdot (1)^2 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3 < 0$$

$$f'(3) = 3 \cdot (3)^2 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9 > 0$$

Функция возрастает на  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

Функция убывает на  $[0; 2]$

$$x_{\max} = 0$$

$$y_{\max} = 0^3 - 3 \cdot 0^2 = 0$$

(0;0)- точка максимума

$$x_{\min} = 2$$

$$y_{\min} = 2^3 - 3 \cdot 2^2 = 8 - 3 \cdot 4 = 8 - 12 = -4$$

(2;-4)- точка минимума

## 2. Выполнить задание. Домашняя работа.

2.1. Исследовать функцию на промежутки монотонности и точки экстремума.

а).  $f(x) = x^3 - 27x$

б).  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

2.2. Определить промежутки убывания и точки максимума функции.

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$$

2.3. Определить промежутки возрастания и точки минимума функции.

$$f(x) = x^3 - 12x$$

**Оценка:** «3» - задание 1

«4» - задание 1, 2

«5» - задание 1, 2, 3.